

# 行列-行列積(2)

---

東京大学情報基盤センター 准教授 塙 敏博

2020年6月16日(火) 10:25-12:10

# 講義日程(工学部共通科目)

~~1. 4月14日 ガイダンス~~

~~2. 4月21日~~

- ~~● 並列数値処理の基本演算(座学)~~

~~3. 4月28日:スパコン利用開始~~

- ~~● ログイン作業、テストプログラム実行~~

~~4. 5月12日~~

- ~~● 高性能プログラミング技法の基礎1  
(階層メモリ、ループアンローリング)~~

~~5. 5月19日~~

- ~~● 高性能プログラミング技法の基礎2  
(キャッシュブロック化)~~

~~6. 5月26日~~

- ~~● 行列ベクトル積の並列化~~

~~7. 6月2日~~

- ~~● ベキ乗法の並列化~~

~~8. 6月9日~~

- ~~● 行列-行列積の並列化(1)~~

9. 6月16日

- 行列-行列積の並列化(2)

10. 6月23日

- LU分解法(1)
- コンテスト課題発表

11. 6月30日

- LU分解法(2)

12. 7月7日

- LU分解法(3)、非同期通信

13. 7月14日

- RB-Hお試し、研究紹介他

# 講義の流れ

1. 行列-行列積(2)のサンプルプログラムの実行
2. サンプルプログラムの説明
3. 演習課題(2): ちょっと難しい完全分散版
4. 並列化のヒント

# 行列-行列積の演習の流れ

- 演習課題(1)

- 簡単なもの(30分程度で並列化)
- 通信関数が一切不要

- 演習課題(2)

- ちょっと難しい(1時間以上で並列化)
- 1対1通信関数が必要

# サンプルプログラムの実行 (行列-行列積(2))

---

# 行列-行列積のサンプルプログラムの注意点

- C言語版/Fortran言語版の共通ファイル名  
`Mat-Mat-d-ofp.tar.gz`
- ジョブスクリプトファイル`mat-mat-d.bash` 中の  
キュー名を  
`lecture-flat` から  
`lecture5-flat` (工学部共通科目)、  
に変更し、  
`pjsub` してください。
  - `lecture-flat` : 実習時間外のキュー
  - `lecture5-flat` : 実習時間内のキュー
  - グループ名 : `gt45`

# 行列-行列積(2)のサンプルプログラムの実行

- 以下のコマンドを実行する

```
$ cd /work/gt45/t45XXX
$ cp /work/gt45/z30105/Mat-Mat-d-ofp.tar.gz ./
$ tar xvfz Mat-Mat-d-ofp.tar.gz
$ cd Mat-Mat-d
```
- 以下のどちらかを実行

```
$ cd C : C言語を使う人
$ cd F : Fortran言語を使う人
```
- 以下共通

```
$ make
$ pjsub mat-mat-d.bash
```
- 実行が終了したら、以下を実行する

```
$ cat mat-mat-d.bash.oXXXXXX
```

# 行列-行列積のサンプルプログラムの実行 (C言語版)

- 以下のような結果が見えれば成功

Error! in ( 0 , 2 )-th argument in PE 0

Error! in ( 0 , 2 )-th argument in PE 61

...

N = 2176

Mat-Mat time = 0.000896 [sec.]

22999044.714267 [MFLOPS]

...

N = 2176

Mat-Mat time = 0.000285 [sec.]

72326702.959176 [MFLOPS]

...

N = 2176

Mat-Mat time = 0.000237 [sec.]

86952122.772853 [MFLOPS]

並列化が完成  
していないので  
エラーが出ます。  
ですが、これは  
正しい動作です



# 行列-行列積のサンプルプログラムの実行 (Fortran言語)

- 以下のような結果が見えれば成功

```
Error! in ( 1 , 3 )-th argument in PE 0
Error! in ( 1 , 3 )-th argument in PE 1033
...
  NN =      2176
Mat-Mat time = 1.497983932495117E-003
MFLOPS = 13756232.6624224
...
  NN =      2176
Mat-Mat time = 1.003026962280273E-003
MFLOPS = 20544428.2904683
...
  NN =      2176
Mat-Mat time = 1.110076904296875E-003
MFLOPS = 18563232.3492268
...
```

並列化が  
完成して  
いないので  
エラーが出ます。  
ですが、  
これは正しい  
動作です。

# サンプルプログラムの説明

- `#define N 2176`
  - 数字を変更すると、行列サイズが変更できます
- `#define DEBUG 1`
  - 「0」を「1」にすると、行列-行列積の演算結果が検証できます。
- **MyMatMat関数の仕様**
  - Double型の行列A((N/NPROCS) × N行列)とB(N × (N/NPROCS)行列)の行列積をおこない、Double型の(N/NPROCS) × N行列Cに、その結果が入ります。

# Fortran言語のサンプルプログラムの注意

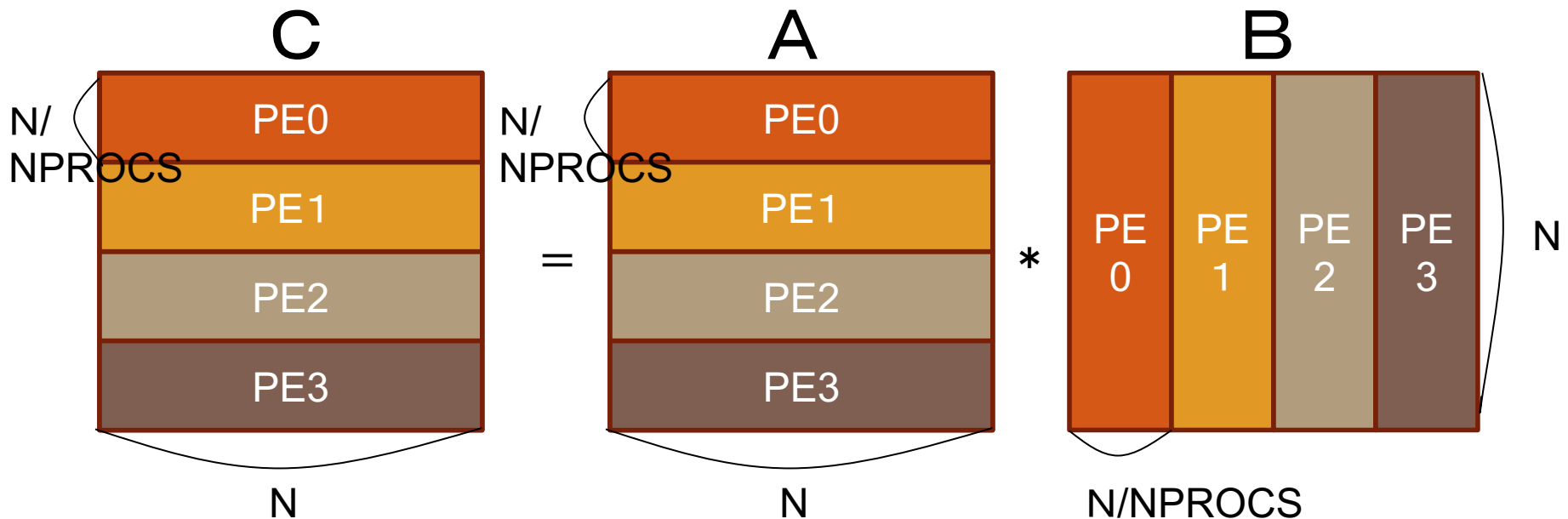
- 行列サイズ変数が、NNとなっています。  
integer, parameter :: NN=2176

# 演習課題(1)

- **MyMatMat**関数(手続き)を並列化してください。
  - デバック時は  
`#define N 2176`  
としてください。
- 行列A、B、Cの初期配置(データ分散)を、十分に考慮してください。

# 行列A、B、Cの初期配置

- 行列A、B、Cの配置は以下のようになっています。  
(ただし以下は4PEの場合で、実習環境は1088PEです。)

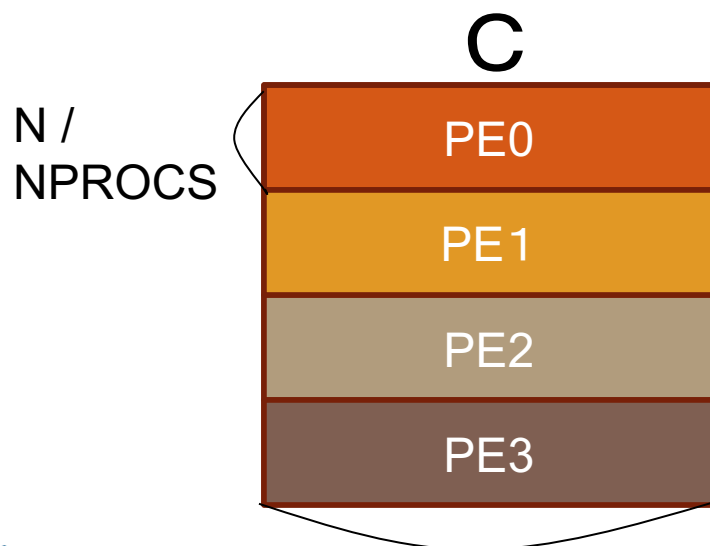
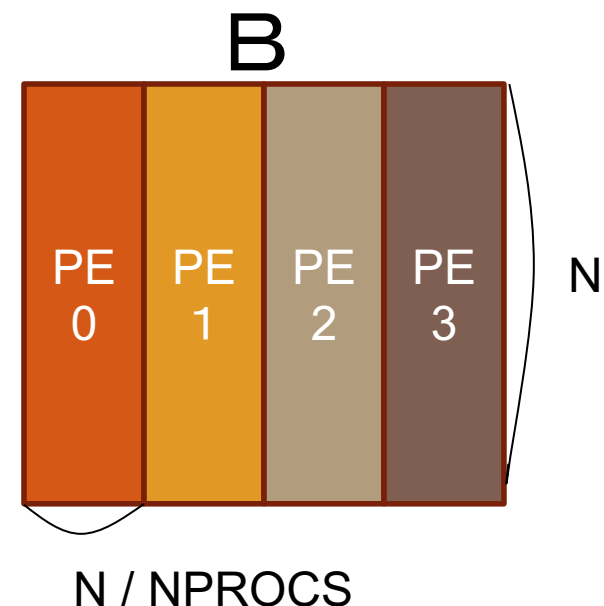
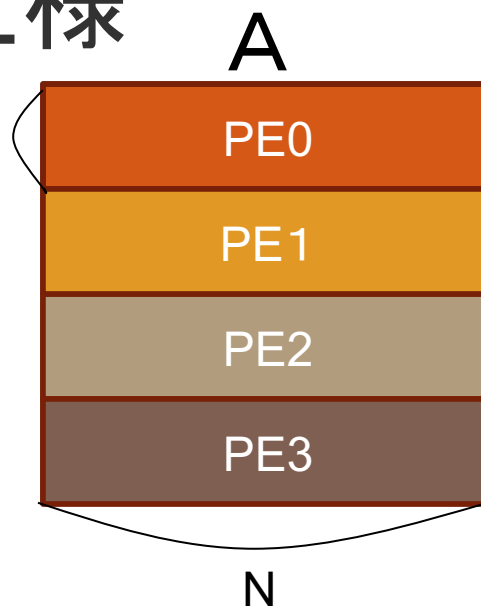


- 1対1通信関数が必要です。
- 行列A、B、Cの配列のほかに、受信用バッファの配列が必要です。

# 入力と出力仕様

N /  
NPROCS

入力:

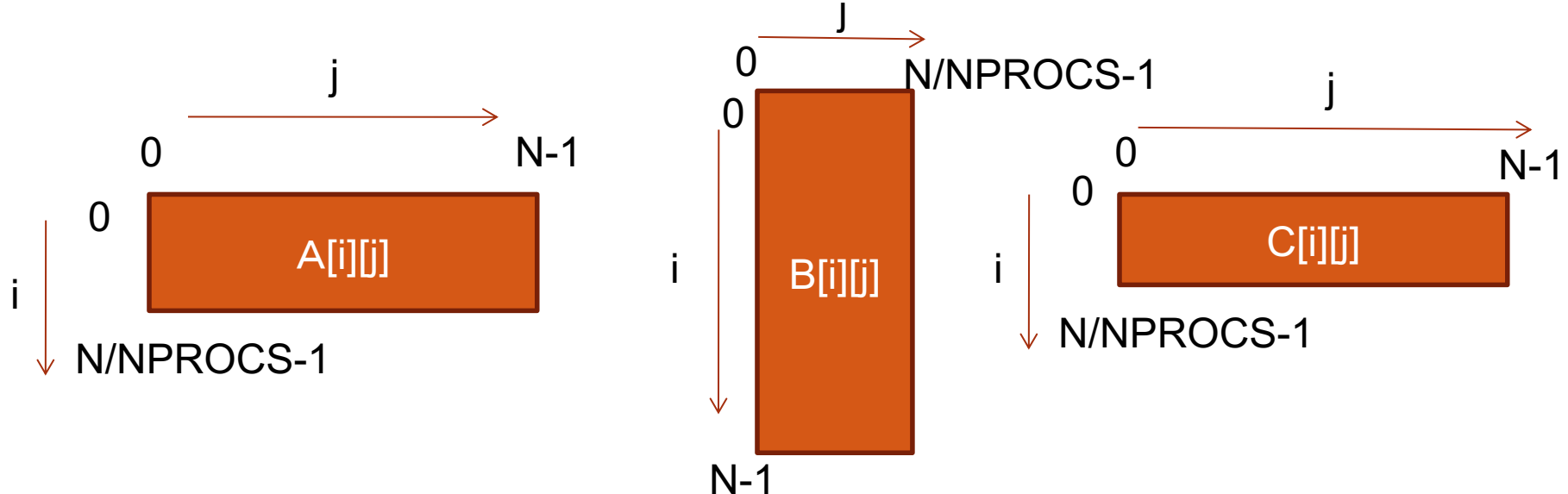


:出力

- この例は4PEの場合ですが、実習環境は1088PEです。

# 並列化の注意(C言語)

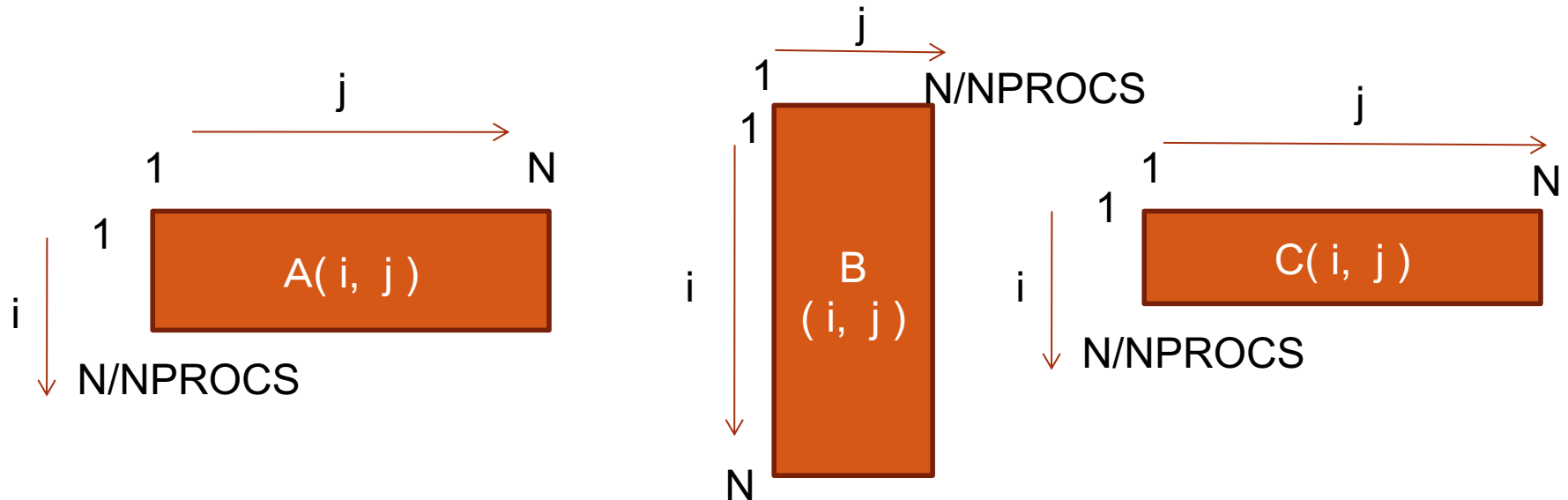
- 各配列は、完全に分散されています。
- 各PEでは、以下のようなインデックスの配列となっています。



- 各PEで行う、ローカルな行列-行列積演算時のインデックス指定に注意してください。

# 並列化の注意 (Fortran言語)

- 各配列は、完全に分散されています。
- 各PEでは、以下のようなインデックスの配列となっています。

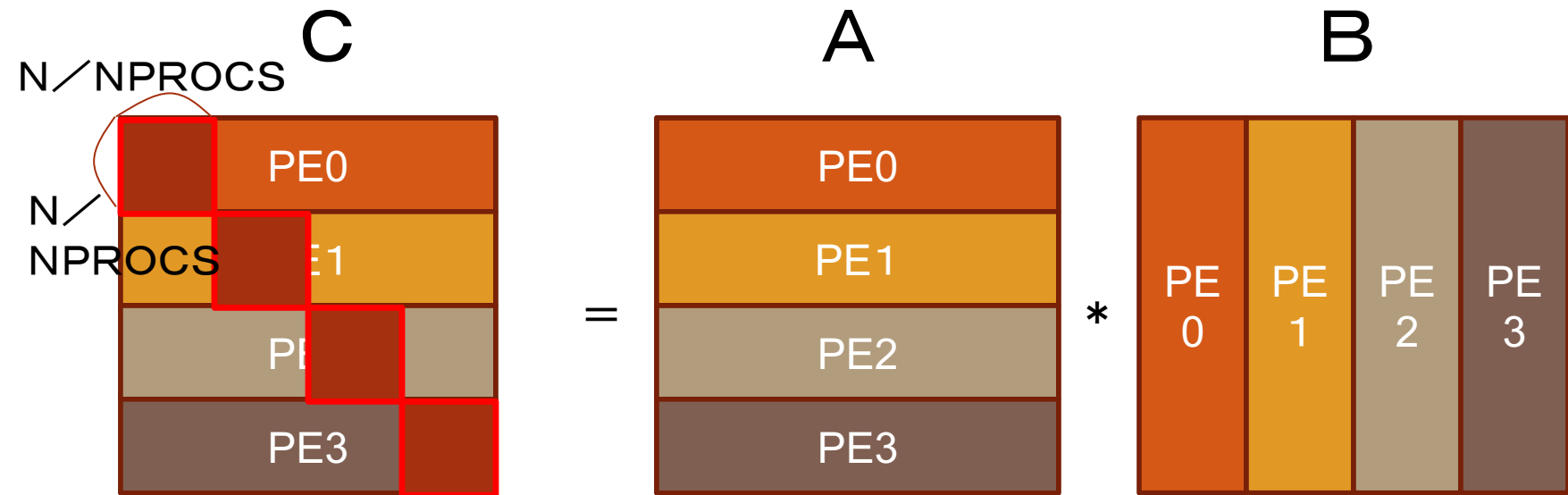


- 各PEで行う、ローカルな行列-行列積演算時のインデックス指定に注意してください。



# 並列化のヒント

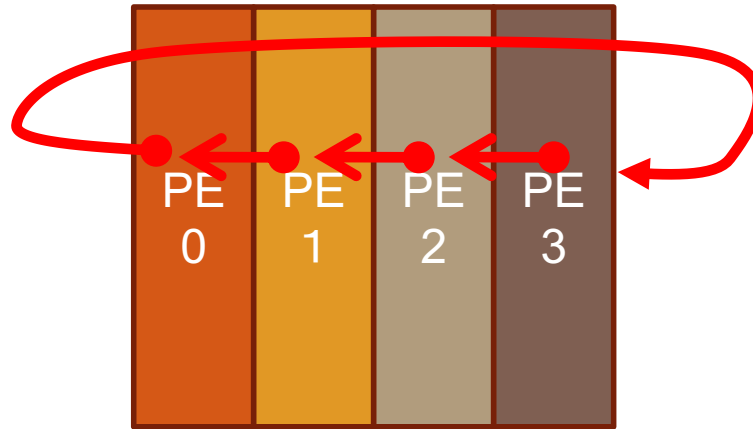
- 行列積を計算するには、各PEで**完全な行列Bのデータがない**ので、行列Bのデータについて通信が必要です。
- たとえば、以下のように計算する方法があります。
- **ステップ1**



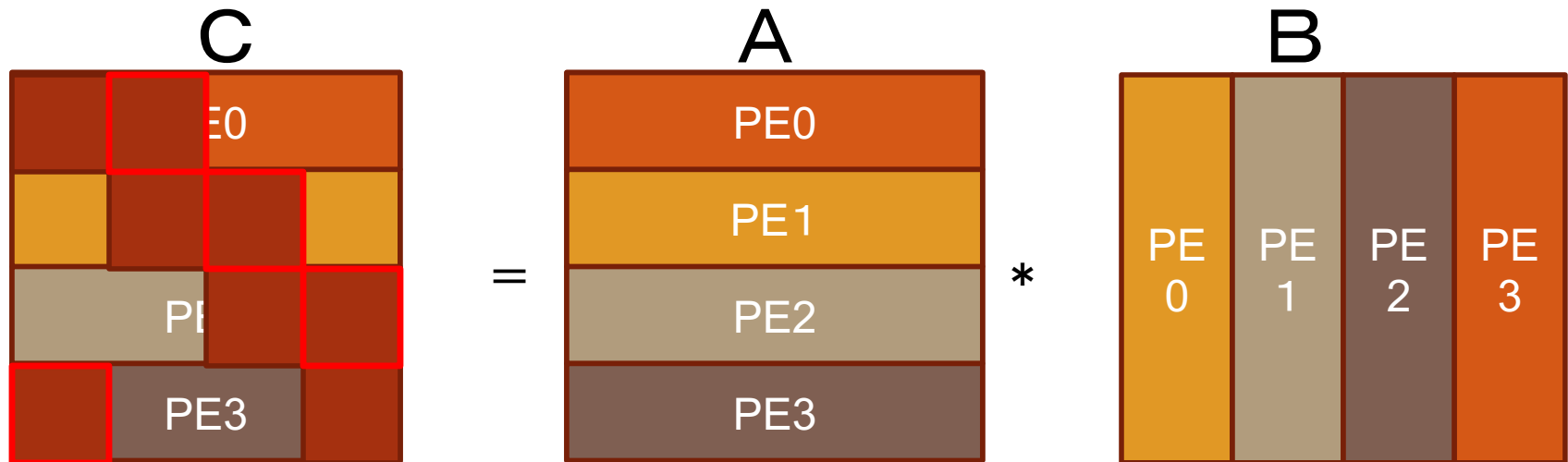
ローカルなデータを使って得られた  
行列-行列積結果

# 並列化のヒント B

## ステップ2



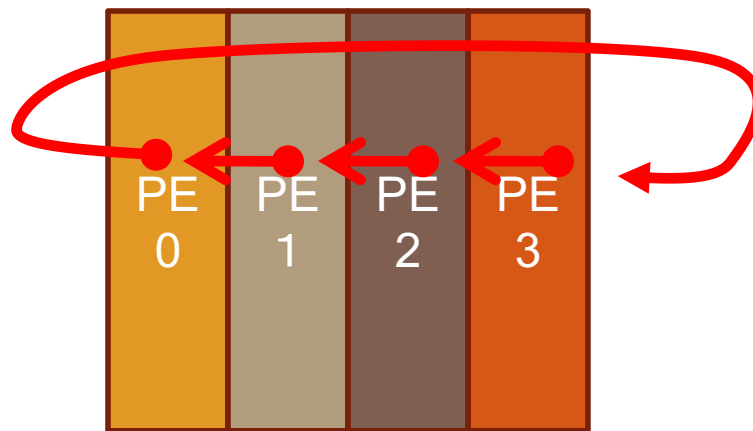
自分の持っているデータを  
ひとつ左隣りに転送する  
(PE0は、PE3に送る)  
【循環左シフト転送】



ローカルなデータを使って得られた  
行列-行列積結果

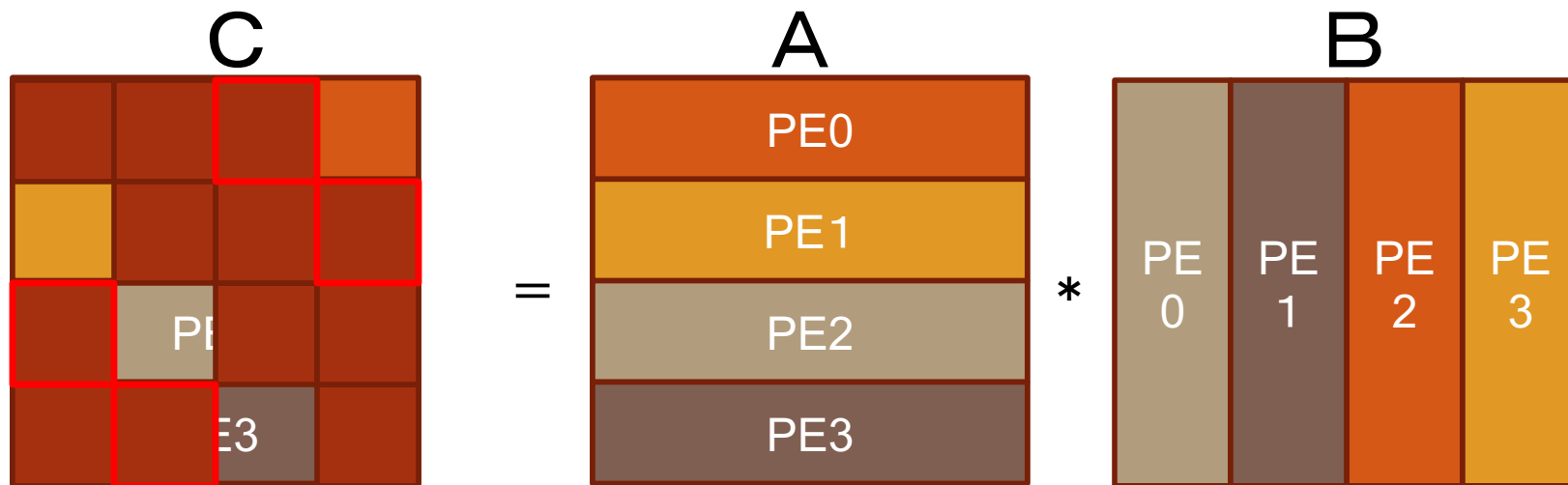
# 並列化のヒント B

## ステップ3




自分の持っているデータを  
ひとつ左隣りに転送する  
(PE0は、PE3に送る)

**【循環左シフト転送】**



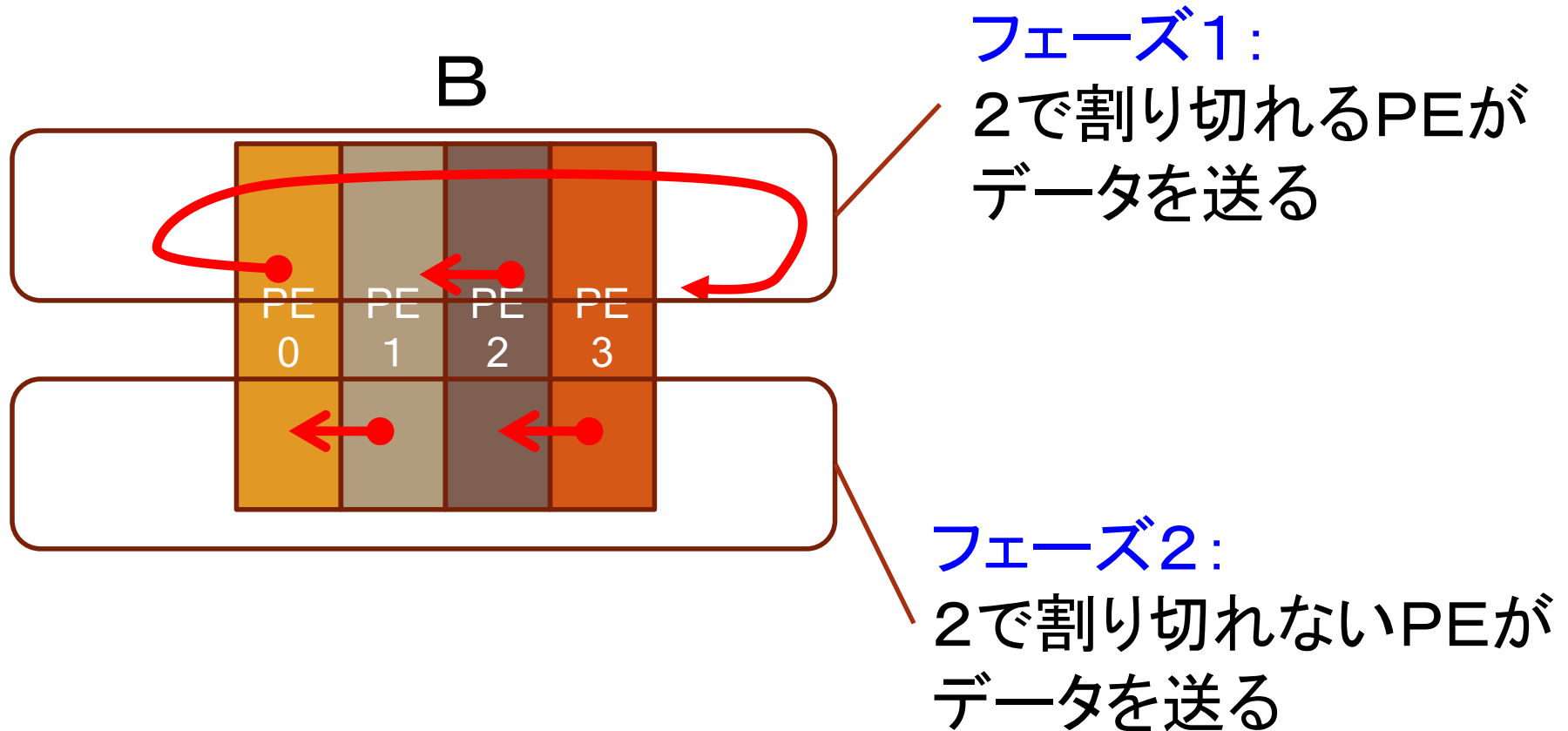
ローカルなデータを使って得られた  
行列-行列積結果

# 並列化の注意

- 循環左シフト転送を実装する際、全員がMPI\_Sendを先に発行すると、その場所で処理が止まる。  
(正確には、動いたり、動かなかったり、する)
    - MPI\_Sendの処理中で、場合により、バッファ領域がなくなる。
    - バッファ領域が空くまで待つ(スピンウェイトする)。
    - しかし、バッファ領域不足から、永遠に空かない。
  - これを回避するため、以下の実装を行う。
    - PE番号が2で割り切れるPE:
      - MPI\_Send();
      - MPI\_Recv();
    - それ以外のPE:
      - MPI\_Recv();
      - MPI\_Send();
- それぞれに対応
- 

# 並列化の注意

- つまり、以下の2ステップで、循環左シフト通信をする



# 基礎的なMPI関数—MPI\_Send

```
• ierr = MPI_Send(sendbuf, icount, idatatype, idest,  
  itag,  icomm);
```

- **sendbuf** : 送信領域の先頭番地を指定する
- **icount** : 整数型。送信領域のデータ要素数を指定する
- **idatatype** : 整数型。送信領域のデータの型を指定する
- **idest** : 整数型。送信したいPEのicomm内でのランクを指定する。
- **itag** : 整数型。受信したいメッセージに付けられたタグの値を指定する。
- **icomm** : 整数型。プロセッサ集団を認識する番号である  
 コミュニケータを指定する。
- **ierr (戻り値)** : 整数型。エラーコードが入る。

# 基礎的なMPI関数—MPI\_Recv (1/2)

```
• ierr = MPI_Recv(recvbuf, icount, idatatype, isource,  
                 itag,  icomm,  istatus);
```

- `recvbuf` : 受信領域の先頭番地を指定する。
- `icount` : 整数型。受信領域のデータ要素数を指定する。
- `idatatype` : 整数型。受信領域のデータの型を指定する。
  - `MPI_CHAR` (文字型)、`MPI_INT` (整数型)、`MPI_FLOAT` (実数型)、`MPI_DOUBLE` (倍精度実数型)
- `isource` : 整数型。受信したいメッセージを送信するPEのランクを指定する。
  - 任意のPEから受信したいときは、`MPI_ANY_SOURCE` を指定する。

# 基礎的なMPI関数—MPI\_Recv (2/2)

- **itag** : 整数型。受信したいメッセージに付いているタグの値を指定する。
  - 任意のタグ値のメッセージを受信したいときは、**MPI\_ANY\_TAG** を指定する。
- **icomm** : 整数型。PE集団を認識する番号であるコミュニケータを指定する。
  - 通常では**MPI\_COMM\_WORLD** を指定すればよい。
- **istatus** : MPI\_Status型(整数型の配列)。受信状況に関する情報が入る。
  - 要素数が**MPI\_STATUS\_SIZE**の整数配列が宣言される。
  - 受信したメッセージの送信元のランクが **istatus[MPI\_SOURCE]**、タグが **istatus[MPI\_TAG]** に代入される。
  - **C言語**: **MPI\_Status istatus;**
  - **Fortran言語**: **integer istatus(MPI\_STATUS\_SIZE)**
- **ierr(戻り値)** : 整数型。エラーコードが入る。



# 実装上の注意

## • タグ (itag) について

- `MPI_Send()`, `MPI_Recv()` で現れるタグ (itag) は、任意の `int` 型の数字を指定してよいです。
- ただし、同じ値 (0 など) を指定すると、どの通信に対応するかわからなくなり、誤った通信が行われるかもしれません。
- 循環左シフト通信では、`MPI_Send()` と `MPI_Recv()` の対が、2 つでてきます。これらを別のタグにした方が、より安全です。
- たとえば、一方は最外ループの値 `iloop` として、もう一方を `iloop+NPROCS` とすれば、全ループ中でタグがぶつかることがなく、安全です。

# さらなる並列化のヒント

---

以降、本当にわからない人のための資料です。  
ほぼ回答が載っています。

# 並列化のヒント

1. 循環左シフトは、**PE総数-1回** 必要
2. 行列Bのデータを受け取るため、行列B[][]に関するバッファ行列B\_T[][]が必要
3. 受け取ったB\_T[][] を、ローカルな行列-行列積で使うため、B[][]へコピーする。
4. ローカルな行列-行列積をする場合の、対角ブロックの初期値：**ブロック幅\*myid**。ループ毎にブロック幅だけ増やしていくが、**N**を超えたら0に戻さなくてはならない。

# 並列化のヒント(ほぼ回答、C言語)

- 以下のようなコードになる。

```
ib = n/numprocs;
for (iloop=0; iloop<NPROCS; iloop++ ) {
    ローカルな行列-行列積 C = A * B;
    if (iloop != (numprocs-1) ) {
        if (myid % 2 == 0 ) {
            MPI_Send(B, ib*n, MPI_DOUBLE, isendPE,
                    iloop, MPI_COMM_WORLD);
            MPI_Recv(B_T, ib*n, MPI_DOUBLE, irecvPE,
                    iloop+numprocs, MPI_COMM_WORLD, &istatus);
        } else {
            MPI_Recv(B_T, ib*n, MPI_DOUBLE, irecvPE,
                    iloop, MPI_COMM_WORLD, &istatus);
            MPI_Send(B, ib*n, MPI_DOUBLE, isendPE,
                    iloop+numprocs, MPI_COMM_WORLD);
        }
        B[ ][ ] ~ B_T[ ][ ] をコピーする;
    }
}
```

# 並列化のヒント(ほぼ回答、C言語)

- ローカルな行列-行列積は、以下のようなコードになる。

```
jstart=ib*( (myid+iloop)%NPROCS );
for (i=0; i<ib; i++) {
    for(j=0; j<ib; j++) {
        for(k=0; k<n; k++) {
            C[ i ][ jstart + j ] += A[ i ][ k ] * B[ k ][ j ];
        }
    }
}
```

# 並列化のヒント(ほぼ回答, Fortran言語)

- 以下のようなコードになる。

```
ib = n/numprocs
do iloop=0, NPROCS-1
  ローカルな行列-行列積 C = A * B
  if (iloop .ne. (numprocs-1) ) then
    if (mod(myid, 2) .eq. 0 ) then
      call MPI_SEND(B, ib*n, MPI_DOUBLE_PRECISION, isendPE,
&        iloop, MPI_COMM_WORLD, ierr)
      call MPI_RECV(B_T, ib*n, MPI_DOUBLE_PRECISION, irecvPE,
&        iloop+numprocs, MPI_COMM_WORLD, istatus, ierr)
    else
      call MPI_RECV(B_T, ib*n, MPI_DOUBLE_PRECISION, irecvPE,
&        iloop, MPI_COMM_WORLD, istatus, ierr)
      call MPI_SEND(B, ib*n, MPI_DOUBLE_PRECISION, isendPE,
&        iloop+numprocs, MPI_COMM_WORLD, ierr)
    endif
    B ⇐ B_T をコピーする
  endif
enddo
```

# 並列化のヒント(ほぼ回答, Fortran言語)

- ローカルな行列-行列積は、以下のようなコードになる。

```
imod = mod( (myid+iloop), NPROCS )
jstart = ib* imod
do i=1, ib
  do j=1, ib
    do k=1, n
      C( i , jstart + j ) = C( i , jstart + j ) + A( i , k ) * B( k , j )
    enddo
  enddo
enddo
```

# 来週へつづく

---

## LU分解法(1)